· U C · FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Frequência de Álgebra Linear

Ano letivo: 2017/2018 Sem.: 1º Época: Normal Data: 18/12/2017

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

1. Considere a matriz $D = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ e os vetores $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ e b = (0,1,3, −2).

   a. Calcule o determinante de D, referindo o método/propriedades que utilizar.

   b. Calcule o elemento (2,3) da matriz dos cofatores de D e o elemento (4,2) da matriz adjunta de D.

   c. Sabendo que os elementos (1,2) e (2,2) da adjunta de D são, respetivamente, −4 e 2, apresente toda a segunda coluna da matriz inversa de D.

   d. Utilizando a regra de Cramer, calcule x_3, solução parcial do sistema Dx = b.

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ e o vetor $v = (0, \alpha, 1), \alpha \in R$.

   a. Utilizando a definição de vetor próprio, determine o valor de α para o qual v é vetor próprio de A, e indique o valor próprio associado.

   b. Calcule os valores próprios da matriz A e as respetivas multiplicidades algébricas.

   c. Defina o espaço próprio associado ao valor próprio de menor valor absoluto.

   d. Diga, justificando, se a matriz A é diagonalizável e, em caso afirmativo, escreva as matrizes S e Λ, tal que $A=S\Lambda S^{-1}$.

3. Encontre a matriz $B \in R^{2\times 2}$ *tal que* $B = B^T$, Bu = 2u com u = (−1,1) e Bv = 6v com v = (1,1).

4. Sabendo que 1, 2 e 3 são os valores próprios da matriz C∈ $R^{3\times 3}$ calcule os valores próprios da matriz adjunta de C.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.
Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.
Respostas sem justificação não serão consideradas.