FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Exame de Álgebra Linear

Ano letivo: 2012/2013 Sem.: 1º Época: Normal Data: 21/01/2013

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

1. Seja M uma matriz quadrada de ordem 3 que satisfaz as seguintes condições:

i) M é simétrica;

ii) $N(M) = \{\gamma(1, \quad 1, \quad 1),\ \gamma \in \mathbb{R}\}$, sendo $N(M)$ o núcleo da matriz M;

iii) $Mu = -3u$, onde $u = (1, \quad 0, \quad -1)$;

iv) $Mv = 15v$, onde $v = (1, \quad -2, \quad 1)$.

1. a) Indique os valores próprios da matriz M.

1. b) Determine um conjunto ortonormal constituído por três vetores próprios de M.

1. c) Construa a matriz M que satisfaz as quatro condições anteriores. (*Sugestão: tenha em conta as alíneas anteriores*)

2. Sejam $A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & k_1 \\ 3 & 0 & k_2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$, com $k_1, k_2 \in \mathbb{R}$, $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ e $b = \begin{bmatrix} 3 \\ 15 \\ 9 \end{bmatrix}$.

2. a) Recorrendo à regra de Cramer, determine o valor da incógnita x_3 no sistema $Ax = b$.

2. b) Discuta para todos os valores reais de k_1 e k_2 o sistema $(A - 3I_3)y = 0$.

2. c) Determine dois elementos da terceira linha da matriz inversa da matriz A.

Faça, agora, $\boldsymbol{k_1 = k_2 = -1}$.

2. d) Utilizando a eliminação de Gauss, resolva o sistema $Ax = b$.

2. e) Calcule os valores próprios da matriz A, indicando as respetivas multiplicidades algébrica e geométrica.

2. f) A matriz A é diagonalizável? Justifique.

2. g) Utilizando a definição de valor próprio e vetor próprio, prove que a matriz A e a matriz adjunta de A, $adj(A)$, têm os mesmos vetores próprios e calcule os valores próprios e o determinante da matriz $adj(A)$.

Atenção! Entregue este enunciado juntamente com a sua folha de prova.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem dois valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.

α