

1<sup>a</sup> Frequência de Cálculo II

Ano letivo: 2012/2013

Sem.: 2<sup>o</sup>

Época: 1<sup>o</sup> TESTE

Data: 11/04/2013

Curso: Licenciaturas em Economia

Duração: 1h30min

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere as funções reais de variável real  $f$  e  $g$  tais que  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$  e  $g(x) = \frac{2x+1}{x(x-2)^2}$ .

- (a) Calcule  $\int f(x)dx$ .  
(b) Determine as constantes  $A$ ,  $B$  e  $C$  de modo que:

$$\frac{2x+1}{x(x-2)^2} = \frac{A}{(x-2)^2} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x}.$$

(c) Calcule

i.  $\int g(x)dx$ .  
ii.  $\int \frac{2e^x + 1}{e^{2x} - 4e^x + 4} dx$ .

2. Considere a região  $R$  definida por

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - x - 2 \leq y \leq |x| \wedge -1 \leq x \leq 2\},$$

(a) Esboce a região  $R$ .

(b) Calcule, se possível, a área de  $R$ .

3. Prove que  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx = +\infty$  se  $\alpha \leq 1$ . Justifique devidamente a sua resposta.

4. Integre por partes  $I_m = \int_0^\pi \sin^m x dx$  e analise se  $I_m = \left(\frac{m-1}{m}\right) I_{m-2}$ ,  $m = 3, 4, \dots$

Note que  $\int_0^\pi \sin^m x dx = \int_0^\pi \sin x \sin^{m-1} x dx$ .

**COTAÇÕES:**

**1.3**

**2.2,75**

**3.0,75**

**4.1**