

Exame de Álgebra Linear

Ano letivo: 2013/2014

Semestre: 1º

Época: Recurso

Data: 04/02/2014

Curso: Licenciatura em Economia

Duração: 2h

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

Considere as matrizes $A = \frac{1}{3}B$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$ e $T = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

1. Defina matriz ortogonal e verifique se T é ortogonal.
2. Seja $D = \text{diag}(d_1, d_2, d_3) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Determine $d_1, d_2, d_3 \in \mathbb{R}$ de modo que a matriz $S = TD$ seja ortogonal.
3. Calcule o determinante e o traço da matriz A .
4. Utilizando o método de eliminação de Gauss, classifique o sistema $Cy = 0$, onde $C = A - I_3$ e $y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$, e determine o seu conjunto solução, indicando a característica da matriz do sistema, bem como as incógnitas principais e as incógnitas livres (caso existam).
5. Obtenha dois elementos da terceira coluna da matriz inversa de A .
6. Admitindo que $A = I_3 - 2uu^T$, onde $u \in \mathbb{R}^3$, identifique o vetor unitário $u = (u_1, u_2, u_3)$ que satisfaz a condição referida.
7. Verifique se $w = \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ é vetor próprio de A e, em caso afirmativo, indique o valor próprio que lhe está associado.
8. Calcule os valores próprios de A , assim como as respetivas multiplicidades algébricas e geométricas. (Sugestão: tenha em conta as questões anteriores)
9. Determine dois vetores, não nulos, ortogonais pertencentes ao espaço próprio associado ao valor próprio positivo de A .
10. A matriz T diagonaliza a matriz B ? Justifique a sua resposta.

Atenção! Entregue este enunciado juntamente com a sua folha de prova.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem dois valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.

α