Econometria, 2013/2014, Exame, época especial **23 de Julho de 2014**

Duração: 2h. Pode-se utilizar máquina de calcular sem memória de texto.
Testes estatísticos: nível de 5%. Cotações (valores): cada questão vale 20/13.
Identificar e entregar o enunciado, com as tabelas estatísticas e a prova.

Nas questões $\mathbf{1-4}$ escolha a alínea certa, sem justificar. Não se penaliza respostas erradas.

1 Considere o modelo de regressão na forma matricial, $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{u}$ (todos os termos com o significado usual), o estimador OLS, $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$, e o vector de resíduos, $\widehat{\boldsymbol{u}}$. Qual a alternativa correcta?

$\boldsymbol{a})$ $\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta} + (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{u}$
$\boldsymbol{b})$ $R^2 = \widehat{\boldsymbol{u}}'\widehat{\boldsymbol{u}}/\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$
$\boldsymbol{c})$ $\widehat{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}$
$\boldsymbol{d})$ $\boldsymbol{X}'\boldsymbol{u} = \mathbf{0}$
$\boldsymbol{e})$ Nenhuma das anteriores. $\boldsymbol{Resposta}$: $\boldsymbol{a})$

2 Suponha que o modelo referido em **1** é um modelo de Gauss-Markov. Então,

$\boldsymbol{a})$ $V(\widehat{\boldsymbol{\beta}}|\boldsymbol{X}) = \sigma^2(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-\mathbf{1}}$ $[\, V(\boldsymbol{u}|\boldsymbol{x}) = \sigma^2\boldsymbol{I}\,]$
$\boldsymbol{b})$ $V(\widehat{\boldsymbol{\beta}}|\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}$
$\boldsymbol{c})$ $E(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{u}$
$\boldsymbol{d})$ $\text{plim}_{n\to\infty}\,\widehat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{0}$
$\boldsymbol{e})$ Nenhuma das anteriores. $\boldsymbol{R}$.: $\boldsymbol{a})$

3 Por OLS obtém-se a equação $\hat{y} = 1 + \log x_1 - 0{,}2x_2$. Estima-se que

$\boldsymbol{a})$ se x_1 sofre um acréscimo relativo de 10%, *ceteris paribus*, a média de y aumenta 0,1 unidades.
$\boldsymbol{b})$ se x_1 sofre um acréscimo relativo de 1%, $c.p.$, a média de y aumenta 1 unidade.
$\boldsymbol{c})$ se x_1 aumenta 1 unidade, $c.p.$, a média de y aumenta 1 unidade.
$\boldsymbol{d})$ se x_2 sofre um decréscimo de 1 unidade, $c.p.$, a média de y decresce 0,2 unidades.
$\boldsymbol{e})$ Nenhuma das anteriores. $\boldsymbol{R}$.: $\boldsymbol{a})$

4 Num modelo auto-regressivo,

$\boldsymbol{a})$ o estimador OLS pode ser consistente, mesmo em presença de autocorrelação dos erros.
$\boldsymbol{b})$ o estimador OLS pode ser cêntrico.
$\boldsymbol{c})$ se os erros exibem autocorrelação do tipo $AR(1)$, o método de Prais-Winsten produz estimadores mais eficientes do que OLS.
$\boldsymbol{d})$ as variáveis explicativas são estritamente exógenas.
$\boldsymbol{e})$ Nenhuma das anteriores. $\boldsymbol{R}$.: $\boldsymbol{a})$

5 As variáveis aleatórias x e u são tais, que $E(u|x) = E(u)$. Calcule $COV(u, x)$.

Resolução

$COV(u,x) = E(ux) - E(u)E(x)$; mas, dado o enunciado,
$E(ux) = E[E(ux|x)] = E[xE(u|x)] = E[xE(u)] = E(u)E(x)$; donde,

$$COV(u,x) = E(u)E(x) - E(u)E(x) = 0.$$

6 Dada uma amostra seccional de 100 observações, estimou-se por OLS a equação

$$\hat{y} = 3{,}6 + 0{,}4\, x_1 + 0{,}1\, x_2\,, \qquad n = 100\,.$$

Obteve-se também ($\boldsymbol{X}$ e $\hat{\boldsymbol{u}}$ têm o significado usual),

$$(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 4{,}000 & 0{,}125 & 1{,}210 \\ & 0{,}003 & 0{,}055 \\ & & 0{,}001 \end{bmatrix}, \qquad \hat{\boldsymbol{u}}'\hat{\boldsymbol{u}} = 3{,}880\,, \qquad \sum_{i=1}^{100}(y_i - \bar{y})^2 = 24{,}250\,.$$

a) Estime os desvios-padrão associados aos coeficientes estimados de x_1 e x_2.

Resolução

$$\widehat{dp(\hat{\beta}_1)} = se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{3{,}880}{100-3} \times 0{,}003} \approx 0{,}011$$

$$\widehat{dp(\hat{\beta}_2)} = se(\hat{\beta}_2) = \sqrt{\frac{3{,}880}{100-3} \times 0{,}001} \approx 0{,}006$$

b) Teste a significância estatística de cada um dos coeficientes referidos em ***a***).

Resolução

$$t_1 = \frac{\hat{\beta}_1}{se(\hat{\beta}_1)} = \frac{0{,}4}{0{,}011} = 36,(36) \qquad p\text{-value} \approx 0 \qquad \rightarrow \quad \text{Rejeita-se } H_0\!: \beta_1 = 0$$

$$t_2 = \frac{\hat{\beta}_2}{se(\hat{\beta}_2)} = \frac{0{,}1}{0{,}006} = 16,(6) \qquad p\text{-value} \approx 0 \qquad \rightarrow \quad \text{Rejeita-se } H_0\!: \beta_2 = 0$$

c) Avalie a qualidade do ajustamento.

Resolução

$$R^2 = 1 - \frac{3{,}880}{24{,}250} = 0{,}84$$

84% da variação total de y em torno de $\bar{y}$ é explicado pela regressão estimada.

d) Teste a significância global da regressão.

Resolução

$H_0\!: \beta_1 = \beta_2 = 0 \qquad H_1\!: \beta_1 \neq 0 \vee \beta_2 \neq 0$

$$F = \frac{0{,}84/2}{(1-0{,}84)/(100-3)} \approx 254{,}625 \qquad p\text{-value} \approx 0 \qquad \rightarrow \quad \text{Rejeita-se } H_0.$$

7 Considere o modelo

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{t1} + \beta_2 x_{t2} + \delta_1 Q_{t1} + \delta_2 Q_{t2} + \delta_3 Q_{t3} + u_t, \qquad (A)$$

em que, para o trimestre t, y_t denota a taxa de crescimento trimestral do consumo privado, x_{t1} representa a taxa de crescimento trimestral do PIB, x_{t2} designa a taxa de crescimento trimestral dos gastos do governo e $Q_{tj}, j = 1{,}2{,}3$, denotam variáveis *dummy* trimestrais, com o valor 1 no trimestre j, ou o valor 0, caso contrário.

a) Estimou-se o modelo (A) por OLS, com base em 80 observações (desde o primeiro trimestre de 1991 até ao quarto trimestre de 2010, inclusive), obtendo-se $R^2 = 0{,}786$. Da estimação do modelo sem variáveis *dummy* obteve-se $R^2 = 0{,}729$. Teste a significância conjunta dos efeitos sazonais.

Resolução

$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0 \qquad H_1: \delta_1 \neq 0 \vee \delta_2 \neq 0 \vee \delta_3 \neq 0$

$$F = \frac{(0{,}786 - 0{,}729)/3}{(1 - 0{,}786)/(80 - 6)} \approx 6{,}570$$

Percentil de ordem 95% da distribuição $F_{3,74}$: $\approx 2{,}730$

$6{,}570 > 2{,}730 \quad \rightarrow \quad$ Rejeita-se H_0 i.é, os efeitos sazonais são conjuntamente significativos.

b) Descreva com rigor uma forma alternativa de remover/controlar o efeito da sazonalidade no modelo. (Máximo: quatro linhas.)

Resolução

Correr a regressão OLS sem *dummies* sazonais, substituindo cada uma das variáveis, x_{t1} e x_{t2}, pelos resíduos das respectivas regressões OLS sobre termo independente e as variáveis Q_{t1}, Q_{t2}, Q_{t3} (ou sobre quatro *dummies* trimestrais, sem termo independente).

c) Sejam, respectivamente, $\hat{u}_t$ e $\hat{y}_t$, $t = 1, \dots, 80$, os resíduos e valores estimados OLS da estimação do modelo (A). Teste a presença de heteroscedasticidade, dada a regressão

$$\widehat{(\hat{u}_t^2)} = 31{,}5 + 9{,}18\, \hat{y}_t - 0{,}48\, \hat{y}_t^2, \qquad n = 80, \qquad R^2 = 0{,}215.$$

Suponha que se conclui que há heteroscedasticidade mas não se conhece a sua forma. Como se deveria proceder para realizar inferência estatística acerca dos parâmetros de regressão, a partir da estimação OLS do modelo (A)? (Máximo: duas linhas.)

Resolução

H_0: Homoscedasticidade. Teste de White modificado

$LM = 80 \times 0{,}215 = 17{,}2$ Percentil de ordem 95% da distribuição χ_2^2: 5,99

$17{,}2 > 5{,}99 \quad \rightarrow \quad$ Rejeita-se H_0, evidência de heteroscedasticidade.

Perante esta evidência, não se conhecendo o padrão cedástico, o mais aconselhável seria estimar o modelo por OLS e utilizar erros-padrão robustos a heteroscedasticidade.

d) Considere agora a regressão OLS $\qquad \widehat{(\hat{u}_t)} = \underset{(0{,}25)}{0{,}85}\hat{u}_{t-1}, \quad n = 79.$

Teste a presença de autocorrelação $AR(1)$ dos erros do modelo (A).

Suponha que a conclusão do teste está de acordo com a população; que método(s) sugere para estimar e realizar inferência a respeito dos parâmetros do modelo (A)? [Basta mencionar o(s) método(s), sem o(s) descrever.]

Resolução

$H_0: \rho = 0 \qquad H_1: \rho \neq 0, \qquad$ em $\quad u_t = \rho u_{t-1} + e_t, \qquad e_t \sim \text{iid}(0, \sigma_e^2)$, indep. de u_t

$t_\rho = 0{,}85/0{,}25 = 3{,}4$

Percentil de ordem 97,5% da distribuição $\mathcal{N}(0{,}1)$: 1,96

$3{,}4 > 1{,}96 \quad \rightarrow \quad$ Rejeita-se H_0, evidência de autocorrelação.

Métodos: Cochrane-Orcutt ou Prais-Winsten iterativos.