

## Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra

## 1º Teste – Álgebra Linear – Licenciatura em Economia

2013.Outubro

Duração: 45 minutos

Turma: .....

Nome do Aluno: .....

N.º .....

**NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORAS OU TELEMÓVEIS**1. Considere, em  $\mathbb{R}^3$ ,  $u = (2, 1, -1)$  e  $v = (1, 1, 3)$ .(a) Calcule o produto interno  $\langle u, v \rangle$  bem como as normas  $\|u\|$  e  $\|v\|$ .(b) Verifique se o vetor  $w = (-4, 7, -1)$  é uma combinação linear dos vetores  $u = (2, 1, -1)$  e  $v = (1, 1, 3)$ .(c) Podemos afirmar que  $\{u, v, w\}$  é um conjunto ortogonal? Justifique.(d) Determine  $z \in \mathbb{R}^3$  de modo que  $\left\{ \frac{1}{\|u\|} u, \frac{1}{\|v\|} v, z \right\}$  seja um conjunto ortonormal.2. Seja  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$  uma matriz coluna do tipo  $3 \times 1$ .(a) Determine  $X^T X \in \mathbb{R}$  e  $XX^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .(b) Construa a matriz, quadrada de ordem 3,  $A = \frac{1}{X^T X} XX^T$ .(c) Indicando os cálculos auxiliares, calcule  $A^2$  e verifique que  $A^2 = A$ .(d) Sabendo que  $(A + I_3)^2 = I_3 + 3A$ , determine  $\alpha \in \mathbb{R}$  de modo que  $(A + I_3)^3 = I_3 + (\alpha - 1)A$ .**Todas as alíneas valem 2,5 valores****Indique os cálculos auxiliares, responda de forma clara e justifique as suas conclusões.****Atenção! Entregue este enunciado juntamente com as suas folhas de prova e rascunho.**