# Econometria 2015/2016, Exame época especial, 21 de Julho de 2016

**Duração: 2h. Cotações: 2 val./questão. Testes estatísticos: nível de 5%.**

## Resolução

**1** Dada informação sobre 526 trabalhadores por conta de outrem, estimou-se a regressão

$$\hat{y} = 0{,}2844 + \underset{(0{,}0073)}{0{,}0920}x_1 + \underset{(0{,}0027)}{0{,}0262}x_2 + \underset{(0{,}0017)}{0{,}0041}x_3, \qquad R^2 = 0{,}316,$$

em que: $y$ – logaritmo natural do salário médio mensal do trabalhador (unidades monetárias); $x_1$ – escolaridade (anos); $x_2$ – tempo de serviço na empresa (meses); $x_3$ – experiência profissional antes de entrar na empresa (meses). Erros-padrão entre parêntesis.

***a***) Realize o teste de significância global da regressão.

**Resolução**

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0 \qquad H_1: \beta_1 \neq 0 \vee \beta_2 \neq 0 \vee \beta_3 \neq 0,$

em que $\beta_j$ designa o coeficiente de $x_j$, $j = 1,2,3$.

$F_{\text{obs}} = (0{,}316/3)/[(1 - 0{,}316)/(526 - 4)] \approx 80{,}4 > 2{,}6 \;\leftarrow$ quantil de ordem 0,95 da $F_{3,522}$

Rejeita-se $H_0$: conjuntamente, as variáveis explicativas são estatisticamente relevantes.

***b***) Teste a significância individual de cada coeficiente das variáveis explicativas.

**Res.**

Quantil de ordem 0,975 da $t_{522}$: 1,96

$H_0: \beta_1 = 0 \quad H_1: \beta_1 \neq 0 \quad t_{\text{obs}} = 0{,}0920/0{,}0073 \approx 12{,}602 > 1{,}96$ Rejeita-se $H_0$.

$H_0: \beta_2 = 0 \quad H_1: \beta_2 \neq 0 \quad t_{\text{obs}} = 0{,}0262/0{,}0027 \approx 9{,}704 > 1{,}96$ Rejeita-se $H_0$.

$H_0: \beta_3 = 0 \quad H_1: \beta_3 \neq 0 \quad t_{\text{obs}} = 0{,}0041/0{,}0017 \approx 2{,}412 > 1{,}96$ Rejeita-se $H_0$.

***c***) Interprete a estimativa do coeficiente de $x_2$.

**Res.**

Para cada mês adicional de serviço na empresa, *ceteris paribus*, estima-se que o salário mensal médio aumenta 2,62%.

***d***) Admita que a covariância entre os estimadores dos parâmetros envolvidos é nula. Teste a hipótese de que a experiência anterior à entrada na empresa tem, sobre o salário, um efeito idêntico ao efeito do tempo de serviço na empresa.

**Res.**

$H_0: \beta_3 = \beta_2 \Leftrightarrow \beta_3 - \beta_2 = 0 \qquad H_1: \beta_3 \neq \beta_2$

$t_{\text{obs}} = (\hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_2)/\sqrt{\hat{V}(\hat{\beta}_3) + \hat{V}(\hat{\beta}_2) - 2\widehat{COV}(\hat{\beta}_3, \hat{\beta}_2)} =$

$(0{,}0041 - 0{,}0262)/\sqrt{0{,}0017^2 + 0{,}0027^2} \approx -6{,}926 \qquad |-6{,}926| > 1{,}96$

Rejeita-se $H_0$: não há evidência de que os efeitos sejam idênticos.

**2** Uma empresa de distribuição de bebidas alcoólicas procura conhecer o comportamento das vendas de whisky nos diferentes concelhos do país. Utilizando observações para 30 concelhos a respeito das variáveis $y$ (consumo anual de whisky *per capita* em cada concelho, em litros), $x$ (rendimento anual *per capita* de cada concelho) e a *dummy* $d$ [$= 1(0)$, se o concelho é do interior (litoral)], estima-se as regressões

$(A) \qquad \hat{y} = -0{,}5839 + 0{,}6473x; \qquad R^2 = 0{,}861.$

$(B) \qquad \hat{y} = -0{,}06586 + \underset{(0{,}0227)}{0{,}4123}x - \underset{(0{,}102)}{0{,}3247}d + \underset{(0{,}05)}{0{,}0118}(d \cdot x); \qquad R^2 = 0{,}9882.$

***a***) O modelo explicativo das vendas de whisky é idêntico em concelhos do litoral e do interior? Justifique a resposta mediante um teste estatístico adequado.

**Res.**

$H_0: \beta_d = \beta_{dx} = 0 \qquad H_1: \beta_d \neq 0 \vee \beta_{dx} \neq 0$

$F_{\text{obs}} = [(0{,}9882 - 0{,}861)/2]/[(1 - 0{,}9882)/26] \approx 140{,}13 > 3{,}39 \approx$ quantil de ordem 0,95 da $F_{2,26}$. Rejeita-se a hipótese de que os modelos sejam idênticos em concelhos do litoral e interior.

***b***) Teste a validade da afirmação "o efeito do rendimento no consumo de whisky é idêntico nos concelhos do interior e do litoral".

**Res.**

$H_0: \beta_{dx} = 0 \qquad H_1: \beta_{dx} \neq 0$

$t = 0{,}0118/0{,}05 \approx 0{,}236 < 2{,}055.$

Aceita-se $H_0$: não há evidência de que o efeito do rendimento seja diferente em concelhos do interior e do litoral.

**3** Considere a população $[(y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots]$ em que os índices das variáveis se referem ao período temporal. Neste contexto, a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa? Justifique.

"Uma amostra é um conjunto de $T$ réplicas independentes da população."

**Res.**

A afirmação é falsa.

Se a população é uma série temporal, a amostra é *uma* única realização *parcial* da população: $[(y_1, x_1), \dots, (y_T, x_T)]$. Além disso, se, na população, as variáveis aleatórias de diferentes períodos não são independentes, na amostra ocorre o mesmo: $(y_s, x_s)$ e $(y_t, x_t)$ não são independentes.

**4** Seja $gGDP_t$ a variação percentual anual do PIB e $int_t$ a taxa de juro de curto-prazo. Suponha que as duas variáveis se relacionam de acordo com

$$gGDP_t = \beta_0 + \beta_1 int_t + \beta_2 int_{t-1} + u_t$$

em que $u_t$ não é correlacionado com $int_t$, $int_{t-1}$ ou qualquer outro valor anterior da taxa de juro. Suponha ainda que o banco central define a taxa de juro de acordo com a regra

$$int_t = \delta_0 + \delta_1(gGDP_{t-1} - 3) + v_t, \qquad \delta_1 > 0.$$

Dado que $v_t$ não é correlacionado com valores passados de $int_t$ e de $u_t$, verifique se $int_t$ é correlacionado com $u_{t-1}$. Qual a consequência para os estimadores OLS de $\beta_0$, $\beta_1$ e $\beta_2$?

**Res.**

Sabe-se que

$$COV(u_t, int_t) = COV(u_t, int_{t-1}) = \cdots = 0,$$

$$COV(v_t, int_{t-1}) = COV(v_t, int_{t-2}) = \cdots = COV(v_t, u_{t-1}) = COV(v_t, u_{t-2}) = \cdots = 0,$$

$$int_t = \delta_0 + \delta_1(\beta_0 + \beta_1 int_{t-1} + \beta_2 int_{t-2} + u_{t-1} - 3) + v_t,$$

$$COV(int_t, u_{t-1}) = COV[\delta_0 + \delta_1(\beta_0 + \beta_1 int_{t-1} + \beta_2 int_{t-2} + u_{t-1} - 3) + v_t, u_{t-1}].$$

Resulta

$$COV(int_t, u_{t-1}) = COV(\delta_1 u_{t-1}, u_{t-1}) = \delta_1 V(u_{t-1}) > 0.$$

$COV(int_{t+1}, u_t) > 0$ ou seja, $int_t$ não é estritamente exógeno no modelo.

Em consequência $E(u_t | int_{t+1}) \neq 0$, logo, o estimador OLS é enviesado.

**5** Admita que a população $[(x_t, y_t), t = 1,2, \dots]$ verifica a relação

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \beta_2 y_{t-1} + u_t, \qquad E(u_t | x_t, y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = 0.$$

***a***) Para estimar $\beta_0$ e $\beta_1$ adopta-se o modelo $y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + v_t$ ($v_t$: erro). Este modelo é dinamicamente completo? Justifique.

**Res.**

Sob esta população, o erro do modelo adoptado é igual a $v_t = \beta_2 y_{t-1} + u_t$. Logo,
$E(v_t | x_t, y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = E(\beta_2 y_{t-1} + u_t | x_t, y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, \dots) =$
$\beta_2 E(y_{t-1} | x_t, y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, \dots) + E(u_t | x_t, y_{t-1}, x_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = \beta_2 y_{t-1} + 0 \neq 0$
ou seja, o modelo adoptado não é dinamicamente completo.

***b***) Os estimadores OLS de $\beta_0$ e $\beta_1$ são necessariamente inconsistentes? Justifique.

**Res.**

Os estimadores OLS de $\beta_0$ e $\beta_1$ são inconsistentes, se o erro do modelo for correlacionado com $x_t$. Tal não é necessariamente o caso:
$COV(v_t, x_t) = COV(\beta_2 y_{t-1} + u_t, x_t) = \beta_2 COV(y_{t-1}, x_t) + COV(u_t, x_t) = \beta_2 COV(y_{t-1}, x_t) + 0.$
Se $y_{t-1}$ é correlacionado com $x_t$, então OLS resulta inconsistente [porque $COV(v_t, x_t) \neq 0$]; caso contrário, OLS é consistente [porque então $COV(v_t, x_t) = 0$: $x_t$ é contemporaneamente exógeno].