

FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA
ÁLGEBRA LINEAR

3º Teste

Dezembro 2012(α)

NOME: _____

Nº Aluno: _____

Turma: _____

Respostas sem justificação não serão consideradas. Não é permitido a utilização de máquina de calcular e os telemóveis têm de estar desligados.

1. Sejam as matrizes **A** e **B** e os vectores **c** e **x** $\in \mathbb{R}^4$ definidos por:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}; c = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix},$$

- a) Calcule o determinante da matriz A pela definição;
- b) Condense a matriz B e calcule o seu determinante;
- c) Determine o valor do elemento (1,2) da matriz inversa de B
- d) Considere o sistema **Bx=c**. Determine o valor de x_1 utilizando a regra de Cramer

2. Considere a matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

- a) Encontre os valores próprios da matriz C.
- b) Calcule os vectores próprios da matriz C.
- c) Utilizando a definição de vector próprio mostre que a matriz C e a matriz $D=2I_3+3C$ têm os mesmos vectores próprios.
- d) Calcule os valores próprios, o traço e o determinante da matriz D.

Cotações: Todas as questões valem 2,5 v.

FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA
ÁLGEBRA LINEAR

3º Teste

Dezembro 2012(β)

NOME: _____

Nº Aluno: _____

Turma: _____

Respostas sem justificação não serão consideradas. Não é permitido a utilização de máquina de calcular e os telemóveis têm de estar desligados.

1. Sejam as matrizes **A** e **B** e os vectores **c** e **x** ∈ ℝ⁴ definidos por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 5 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 6 \\ 5 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 9 \\ 1 & 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}; c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix},$$

- a) Calcule o determinante da matriz A pela definição;
- b) Condense a matriz B e calcule o seu determinante;
- c) Determine o valor do elemento (2,3) da matriz inversa de B
- d) Considere o sistema **Bx=c**. Determine o valor de x₂ utilizando a regra de Cramer

2. Considere a matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & -6 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) Encontre os valores próprios da matriz C.
- b) Calcule os vectores próprios da matriz C.
- c) Utilizando a definição de vector próprio mostre que a matriz C e a matriz D=2I₃+3C têm os mesmos vectores próprios.
- d) Calcule os valores próprios, o traço e o determinante da matriz D.

Cotações: Todas as questões valem 2,5 v.

FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA
ÁLGEBRA LINEAR

3º Teste

Dezembro 2012(γ)

NOME: _____

Nº Aluno: _____

Turma: _____

Respostas sem justificação não serão consideradas. Não é permitido a utilização de máquina de calcular e os telemóveis têm de estar desligados.

1. Sejam as matrizes **A** e **B** e os vectores **c** e **x** $\in \mathbb{R}^4$ definidos por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 & -1 \\ 5 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix},$$

- a) Calcule o determinante da matriz A pela definição;
- b) Condense a matriz B e calcule o seu determinante;
- c) Determine o valor do elemento (3,2) da matriz inversa de B
- d) Considere o sistema **Bx=c**. Determine o valor de x_3 utilizando a regra de Cramer

2. Considere a matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 6 \\ -3 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

- a) Encontre os valores próprios da matriz C.
- b) Calcule os vectores próprios da matriz C.
- c) Utilizando a definição de vector próprio mostre que a matriz C e a matriz $D=2I_3+3C$ têm os mesmos vectores próprios.
- d) Calcule os valores próprios, o traço e o determinante da matriz D.

Cotações: Todas as questões valem 2,5 v.

**FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA
ÁLGEBRA LINEAR**

3º Teste

Dezembro 2012(δ)

NOME: _____

Nº Aluno: _____

Turma: _____

Respostas sem justificação não serão consideradas. Não é permitido a utilização de máquina de calcular e os telemóveis têm de estar desligados.

1. Sejam as matrizes **A** e **B** e os vectores **c** e **x** $\in \mathbb{R}^4$ definidos por:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 6 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}; \quad c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix},$$

- a) Calcule o determinante da matriz A pela definição;
- b) Condense a matriz B e calcule o seu determinante;
- c) Determine o valor do elemento (4,3) da matriz inversa de B
- d) Considere o sistema **Bx=c**. Determine o valor de x_4 utilizando a regra de Cramer

2. Considere a matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 3 & 9 & -6 \\ 3 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) Encontre os valores próprios da matriz C.
- b) Calcule os vectores próprios da matriz C.
- c) Utilizando a definição de vector próprio mostre que a matriz C e a matriz $D=2I_3+3C$ têm os mesmos vectores próprios.
- d) Calcule os valores próprios, o traço e o determinante da matriz D.

Cotações: Todas as questões valem 2,5 v.