

Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra
3º Teste – Álgebra Linear – Licenciatura em Economia

Dezembro, 2013

Duração: 45 min.

Turma _____

Nome _____ Nº _____

NÃO É PERMITIDO O USO DE CALCULADORAS OU TELEMÓVEIS

JUSTIFIQUE TODAS AS RESPOSTAS

COTAÇÕES DAS PERGUNTAS ENTRE PARÊNTESIS

1 Considere a matriz $V = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \end{bmatrix}$.

a)(2) Calcule $\det V$ através da condensação da matriz V .

b)(2) Obtenha o determinante da matriz $W = -2V^{-1}$, sem calcular os elementos de W .

c)(3) Utilizando a matriz adjunta, calcule a matriz inversa de V .

d)(2) Recorrendo à regra de Cramer, calcule o valor da variável x no sistema $\begin{cases} x + 3y + 4z = 1 \\ x + 2y + z = 0 \\ 2x + 4y + 5z = 1 \end{cases}$.

2 Considere a matriz $M \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$, cujo polinómio característico é dado por

$$p(\lambda) = -\lambda^3 + 9\lambda^2 - 18\lambda.$$

a)(2) Determine os valores próprios da matriz M .

Nas alíneas seguintes considere os valores próprios de M : $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 6$.

b)(2) Calcule o traço e o determinante de M .

c)(3) Sabendo que os vectores $u = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $v = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $w = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ verificam as igualdades

$$Mu = 0_{3 \times 1}, \quad Mv = 3v, \quad Mw = 6w,$$

determine uma matriz não singular, V , e uma matriz diagonal, Λ_M , tais que $\Lambda_M = V^{-1}MV$.

d) Considere a matriz $P = I_3 - M$.

i. (2) Utilizando a definição de vector próprio, mostre que as matrizes M e P têm vectores próprios idênticos.

ii. (2) Calcule os valores próprios de P , a partir dos valores próprios de M .