· U C · FEUC FACULDADE DE ECONOMIA
UNIVERSIDADE DE COIMBRA

Frequência.
de Álgebra Linear

Ano letivo: 2015/2016 Sem.: 1º Época: Normal Data: 12/01/2016

Curso: Licenciatura em Economia Duração: 2h 00m

A integridade académica é um valor fundamental da FEUC. O Regulamento Pedagógico da UC proíbe e sanciona as várias formas de fraude académica. Durante a realização das provas escritas é exigido que:

- Não usem materiais de consulta, máquinas calculadoras gráficas ou quaisquer outros equipamentos eletrónicos, exceto se tal for explicitamente permitido pelo responsável da unidade curricular em causa;
- Não transmitam as questões da prova a outras pessoas;
- Mantenham desligados quaisquer equipamentos de comunicação;
- Usem exclusivamente as folhas de exame fornecidas pelos vigilantes da prova.

A comprovada fraude académica determina a anulação da prova, a impossibilidade de o/a Estudante concluir a unidade curricular com aproveitamento, a comunicação ao Diretor da FEUC e, eventualmente, a comunicação ao Reitor, para aplicação de sanções disciplinares.

1. Considere o sistema:

$$\begin{cases} 2y + 6z = 1 \\ x + 2y + 5z = 1 \\ 2x + 3y + \alpha z = \beta \end{cases}, \qquad \alpha, \beta \in \Re$$

   a. Apresente o sistema na forma matricial e discuta o sistema para todo $\alpha, \beta \in \Re$.

   b. No caso em que o sistema é indeterminado apresente o conjunto solução.

   Para a resolução das alíneas seguintes considere α=8 e β=2.

   c. Calcule os elementos da terceira coluna da inversa da matriz dos coeficientes do sistema dado.

   d. Determine o valor de y utilizando a regra de Cramer.

2. Considere a matriz $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -4 \\ 2 & 8 & 2 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ e os vetores $u = (-1,0,1)$, $v = \left(\frac{1}{2}, 1,0\right)$ e w=(-2,1,-2) .

   a. Defina um vetor z pertencente a $\Re^3$ que seja combinação linear de u e v e ortogonal a u.

   b. Mostre que w é vetor próprio da matriz B.

   c. Calcule os valores próprios da matriz B, assim como as respectivas multiplicidades algébricas e geométricas.

   d. Defina o espaço próprio associado ao valor próprio de maior valor absoluto.

   e. Diga se a matriz B é ortogonalmente diagonalizável, e, em caso afirmativo, escreva a respectiva decomposição espectral.

3. Mostre que para uma matriz simétrica dois vetores próprios (x_1 e x_2) associados a valores próprios distintos (λ_1 e λ_2) são ortogonais entre si.

Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.

Cotação: Todas as alíneas valem 2 valores.

Respostas sem justificação não serão consideradas.