

Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra
Exame Final – Álgebra Linear – Licenciatura em Economia

2008.Fevereiro.14

Duração: 2 horas

Nome do Aluno: N.º

Atenção! Entregue este enunciado juntamente com a sua folha de prova.
Comece a resolver os exercícios na segunda página de prova, deixando a primeira em branco.
Cotação: Todas as questões valem 2 valores.

1. Seja $A = \begin{bmatrix} 5 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 5 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 5 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e $C = \begin{bmatrix} A - 7I_3 \\ 0_{1 \times 3} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$. e $\begin{cases} A - 7I_3 = \begin{bmatrix} -2 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & -2 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & -2 \end{bmatrix} \end{cases}$

a) Indique o conjunto solução de cada um dos sistemas:

a.1) $(A - 7I_3)x = 0$;

a.2) $C^T y = 0$.

b) Os sistemas anteriores são equivalentes? Justifique.

c) Determine um vector unitário $w = (w_1, w_2, w_3)$ que seja ortogonal a qualquer combinação linear dos vectores $(1, -\sqrt{2}, 1)$ e $(-4, 0, 4)$.

2. Sabendo que $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Determine:

a) a matriz inversa de B ;

b) os valores próprios de B , indicando as respectivas multiplicidades algébricas;

c) o espaço próprio associado ao maior valor próprio de B .

3. Considere, novamente, as matrizes $A = \begin{bmatrix} 5 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 5 & \sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{2} & 5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

a) Calcule $p \in \mathbb{R}$ de modo que $\det(A - \lambda I_3) = -\lambda^3 + 15\lambda^2 - p^6 + 7\lambda + 105$.

b) Prove que a matriz A é diagonalizável.

c) As matrizes A e B são semelhantes? Justifique.

ACABAR !!! $B = S^{-1}AS$

Respostas sem justificação não serão consideradas - β